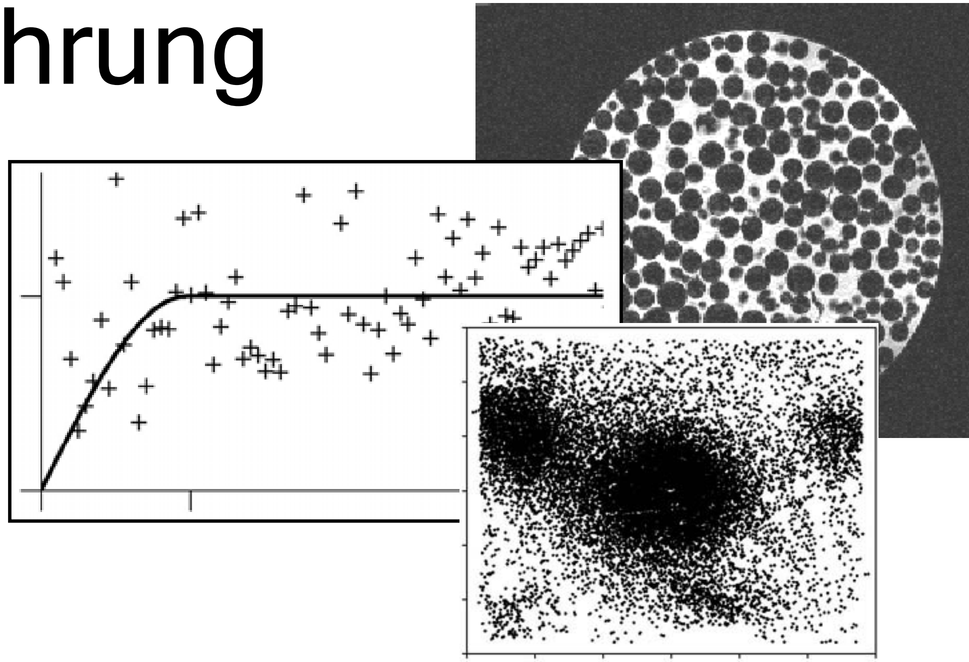
Wie bewältigt man Stationaritätsannahmen in der Geostatistik?

A. Brenning, Humboldt-Universität zu Berlin
alexander.brenning@rz.hu-berlin.de
&
K. G. van den Boogaart, TU Freiberg

Workshop des AK Umweltdatenbanken – Berlin, 19./20.05.2003

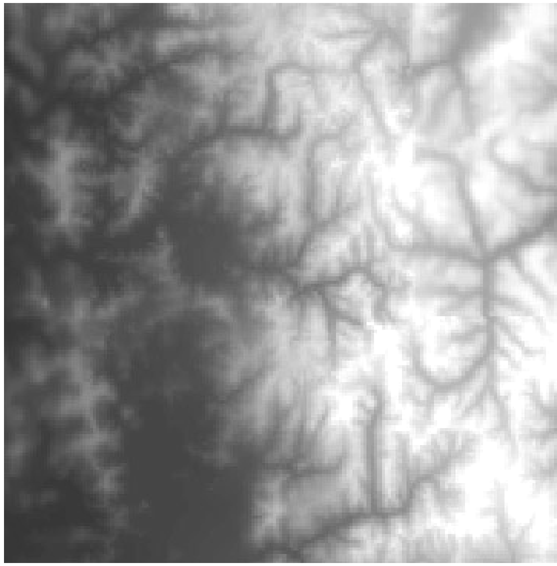
Einführung



- Räumliche Statistik: Geostatistik, Räumliche Punktprozesse, Statistik für zufällige Mengen, ...
- Geostatistik: Statistik für skalare räumliche Daten (2D, 3D, *n*D)

- Anwendungen in Umweltwissenschaften, Bergbau, Materialwissenschaften, ...

Geostatistik



- Statistik für skalare räumliche Daten

$$(Z(s))_{s \in D}$$

- Messwert = Realisierung einer Zufallsvariable

$$Z(s_i)(\omega) = z_i$$

- Räumliche Abhängigkeiten:

$$C(s,t) := \mathrm{Cov}(Z(s), Z(t))$$

(Kovariogramm)

Motivation

- Messwerte hängen von anderen Umweltvariablen ab.

  D.h.: Die Umwelt ist nicht stationär.

- Wie kann ich flächenhaft bekannte Umweltvariablen für die Interpolation (Kriging) der punktuellen Messwerte nutzen?

- GIS-Kopplung ist nötig, um diese Umweltvariablen zu nutzen!

Stationarität 2. Ordnung

- Der Erwartungswert E ist konstant auf *D*.

$$E(Z(s)) = \text{konstant}$$

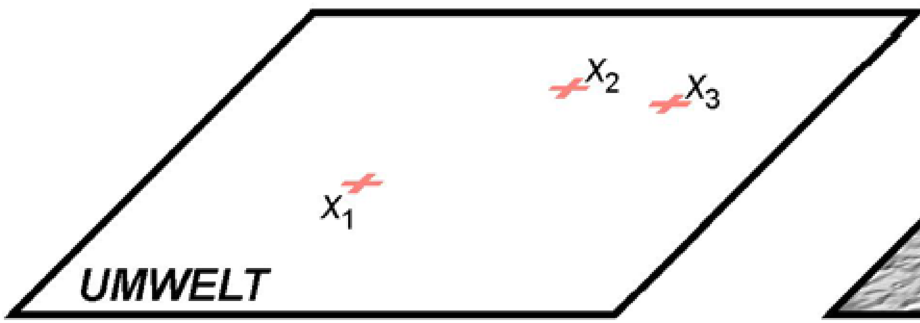
- Das Kovariogramm *C* hängt nur von *t*-*s* ab (und nicht von *t* oder *s* selbst).

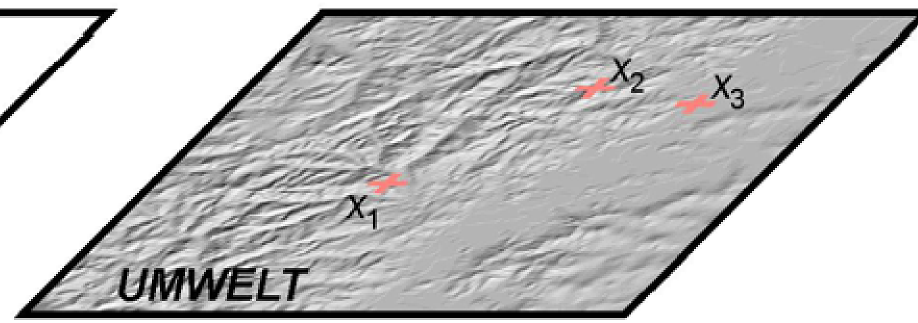
$$C(s,t) = C(t\text{-}s)$$

Instationarität (I): Modell mit Trend

Stationarität — Instationarität

des Erwartungswerts





$$E(Z(x_1)) = E(Z(x_2)) = E(Z(x_3)) = \text{konst.}$$

$$E(Z(x_i)) = \mathbf{b}^T \mathbf{f}(x_i) + e(x_i)$$

linearer Trend (deterministisch)

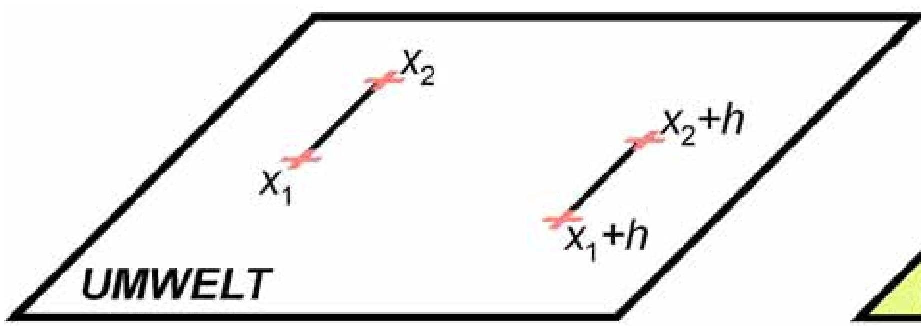
zufällige Schwankung

Vgl. Goovaerts (1997); van den Boogaart & Brenning (2001)

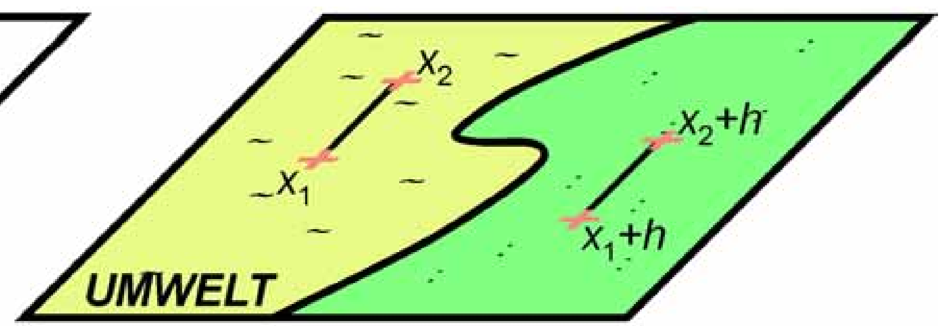
Instationarität (II)

Stationarität | Instationarität

des Kovariogramms



$$C(x_1, x_2) = C(x_1+h, x_2+h)$$



$$C(x_1, x_2) \neq C(x_1+h, x_2+h)$$

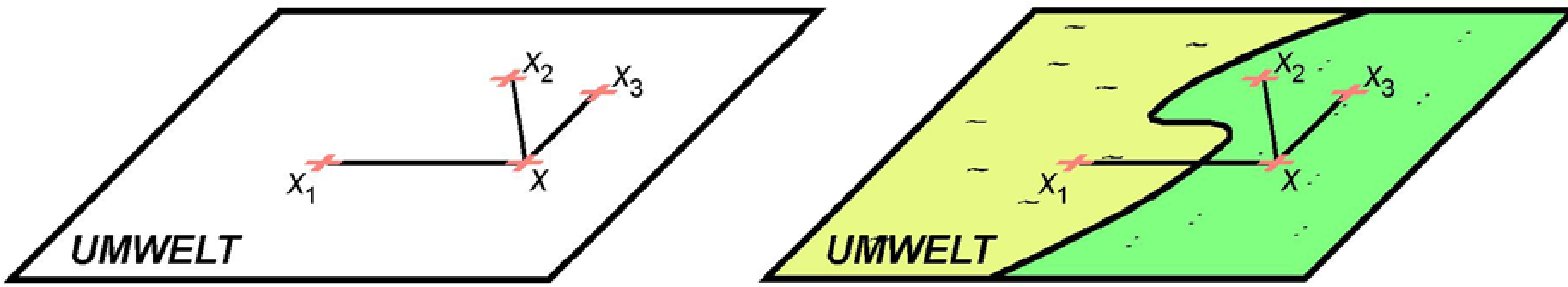
Diesen Fall betrachten wir hier.


Gebirge: kleinräumige Variabilität
(Übergangsbereich)
Vorland: „glatt“

Instationarität (III): Lokale Anisotropien

Isotropie Anisotropie

des Kovariogramms



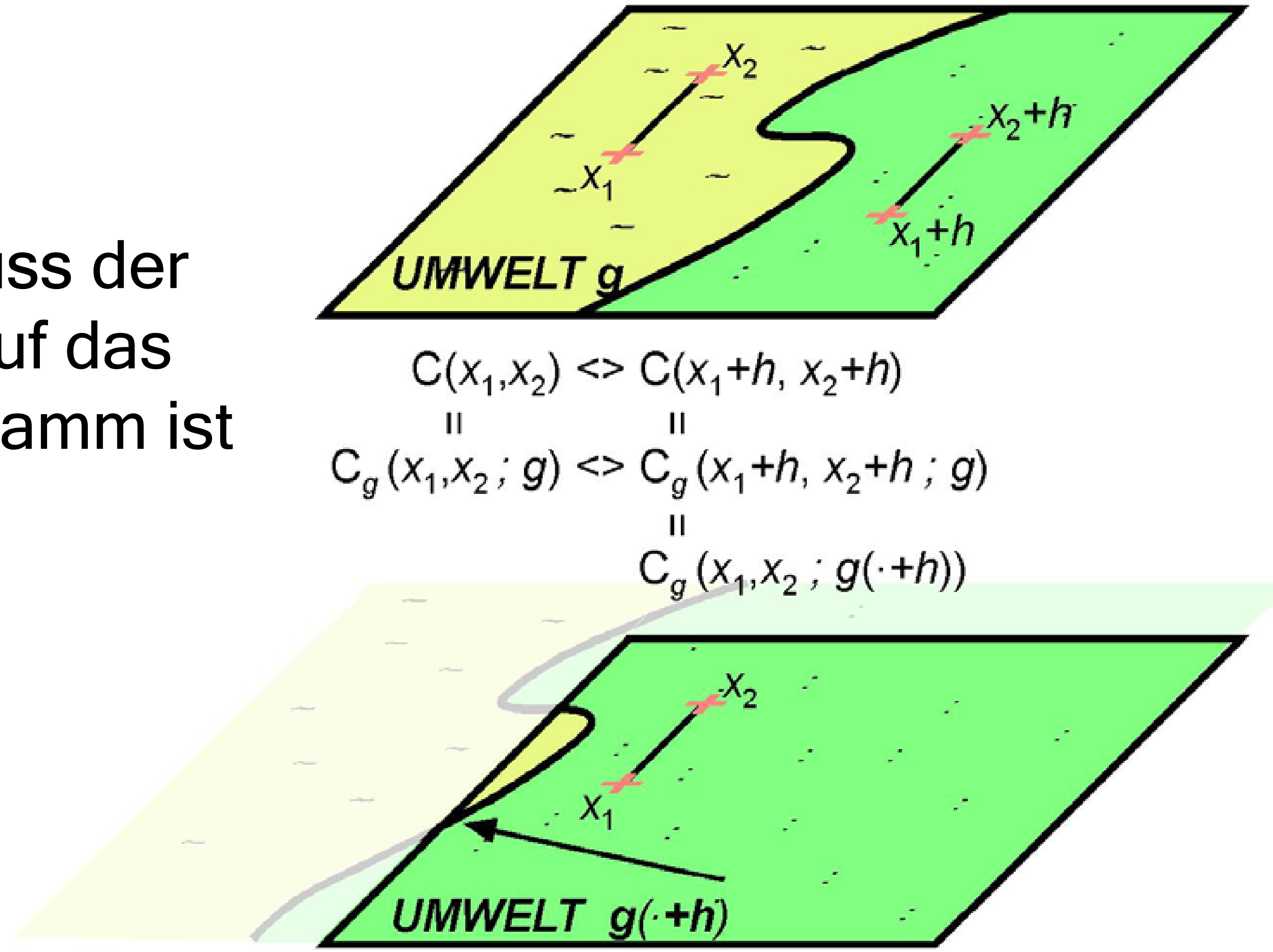
$$C(x,x_1) = C(x,x_2) = C(x,x_3) \qquad C(x,x_1) \neq C(x,x_2) \neq C(x,x_3)$$

Auch diesen Fall betrachten wir hier – und viele andere.

Generische Stationarität

- Idee:

  Der Einfluss der Umwelt auf das Kovariogramm ist invariant !

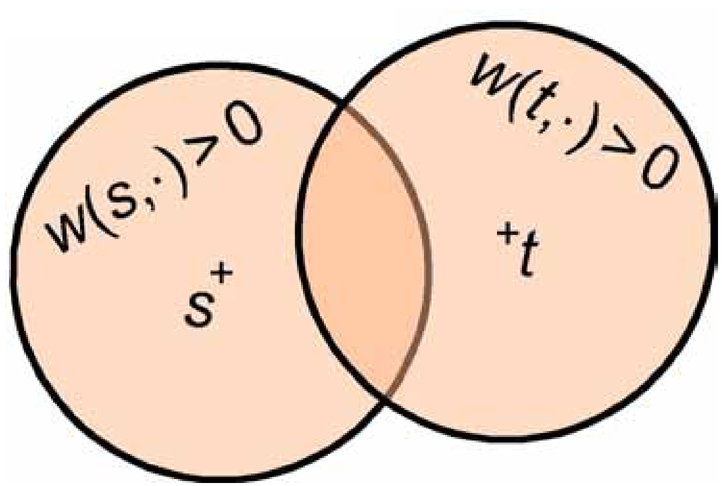


Eine Konstruktionsmethode ohne Stationaritätsannahmen

- Die Faltung einer geeigneten Gewichtsfunktion *w*

$$C_w(s,t) := \int_E w(s,p)w(t,p)\,\mathrm{d}p$$

ist ein Kovariogramm.

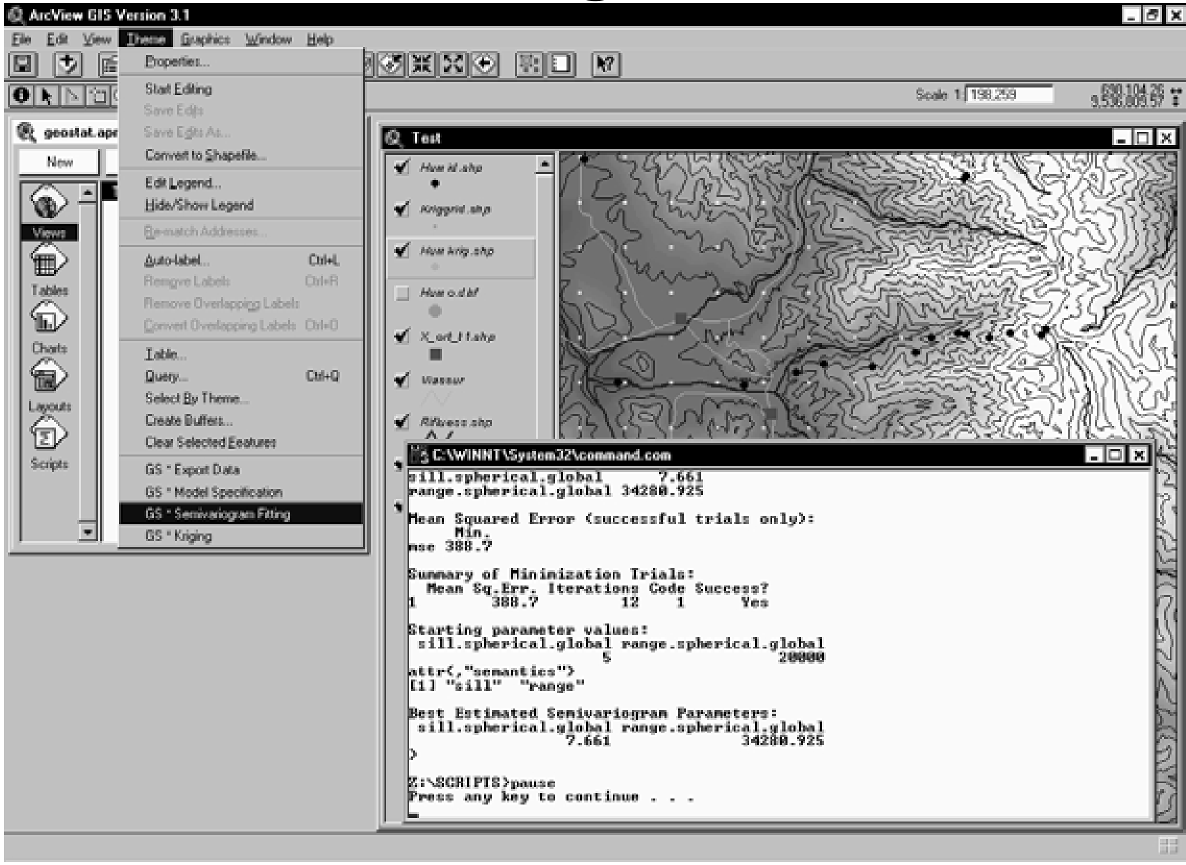


(Es ist sogar generisch stationär.)

Brenning & van den Boogaart (2001)

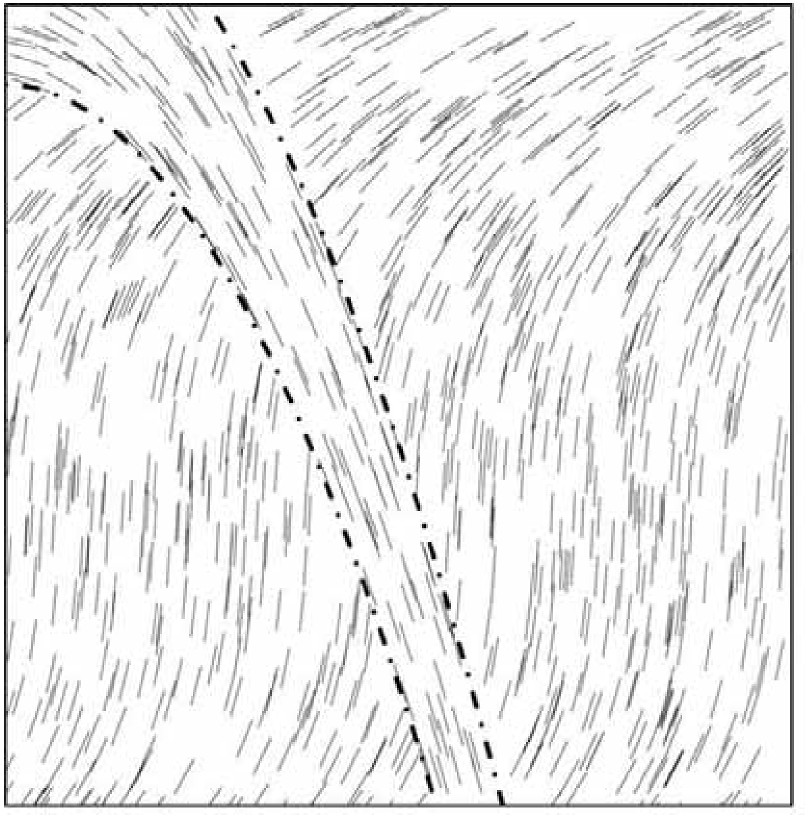
Implementierung

- R (open-source Datenanalyse-Sprache)
- C (für numerische Integration, nichtlineare Optimierung)
- AVENUE (für ArcView-Anbindung)

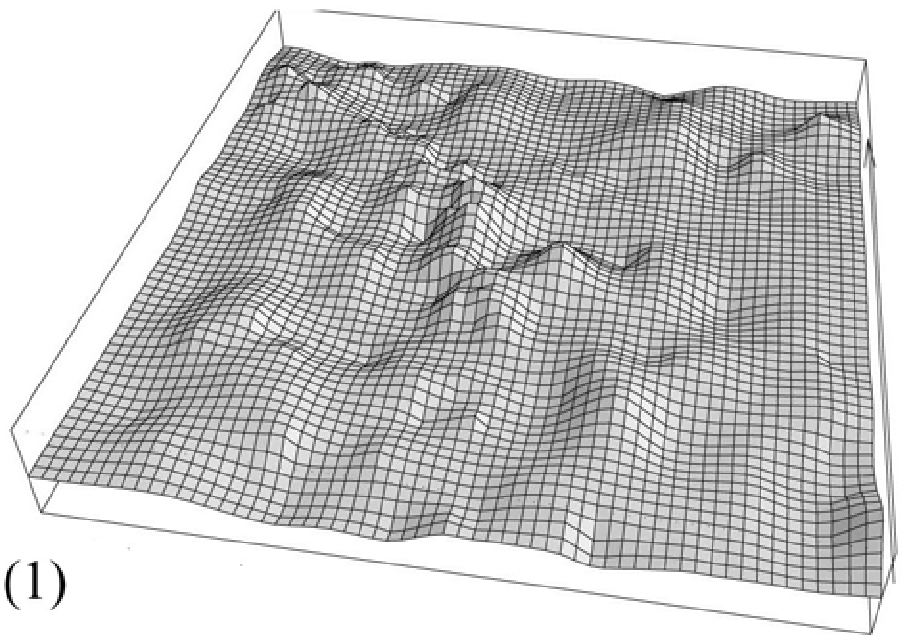


Ein simuliertes Beispiel (I)

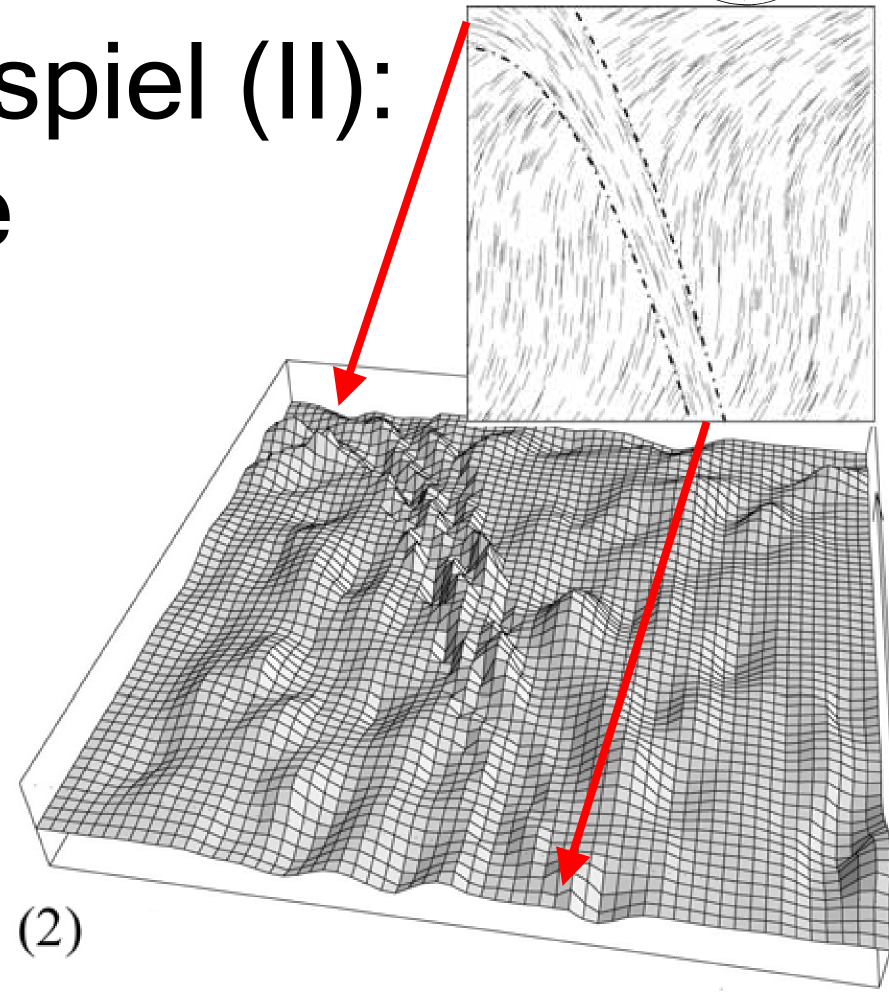
- Annahme lokal anisotroper Umwelt-verhältnisse und Kovariogramme
- Stochastische Simulation von 259 Werten eines generisch stationären Zufallsfeldes



Ein simuliertes Beispiel (II): Kriging-Ergebnisse



mit Stationarität

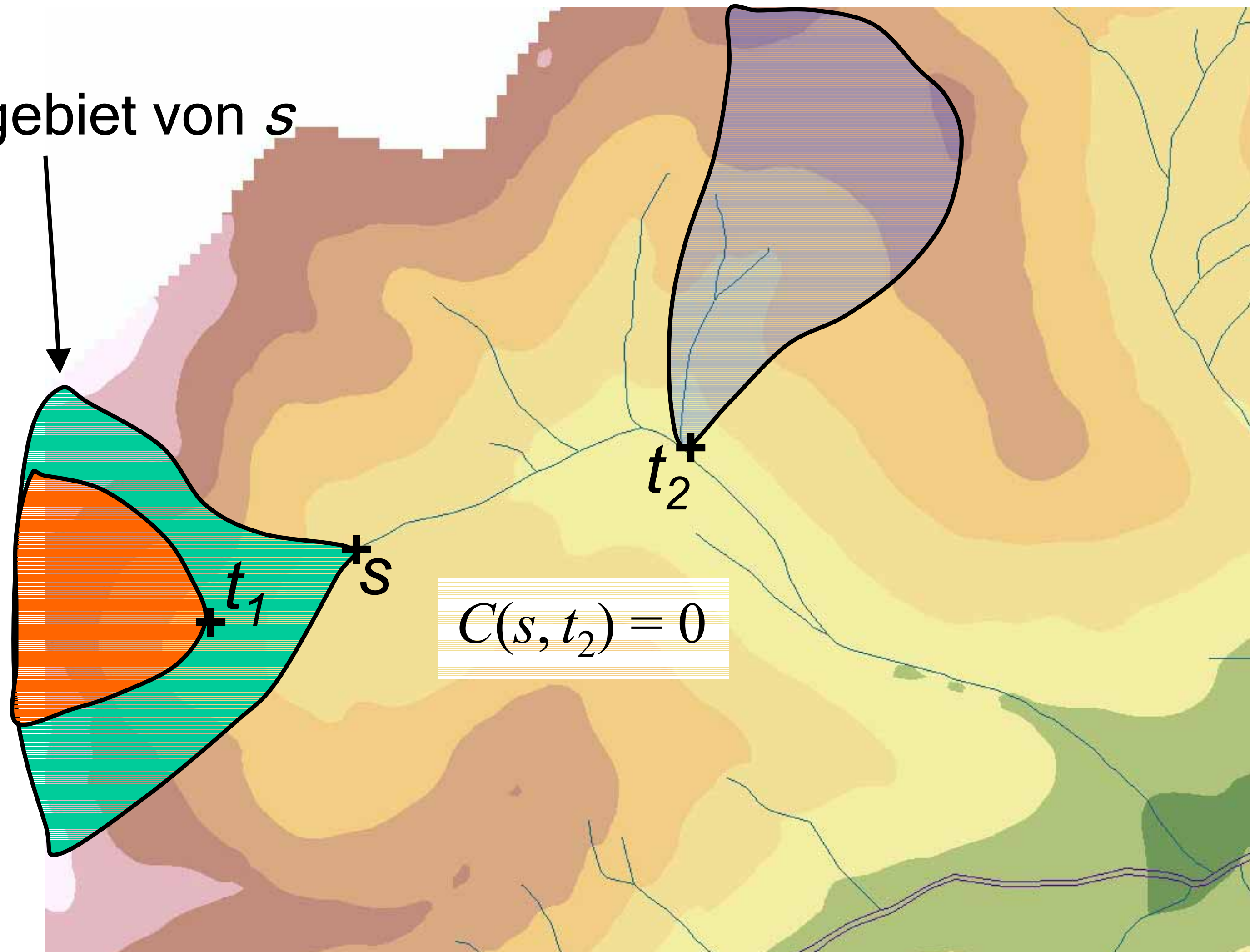


ohne Stationarität

Hydrologisch motivierte Modelle

Lokales Einzugsgebiet von *s*

$C(s, t_1) > 0$



Zusammenfassung

- Eine Methode zur GIS-basierten instationären geostatistischen Modellierung wurde vorgestellt.
- Sie führt zu qualitativ besseren Kriging-Ergebnissen als im stationären Fall.
- Prozesskenntnisse können berücksichtigt werden.